

روابط بین پاره‌خط‌ها



خط: یک امتداد از دو طرف باز است، که با دو حرف کوچک نامگذاری می‌شود.



نیم‌خط: یک امتداد از یک طرف باز و از یک طرف بسته است که با یک حرف کوچک و یک حرف بزرگ نامگذاری می‌شود.



پاره‌خط: یک امتداد از دو طرف بسته است که با دو حرف بزرگ نامگذاری می‌شود.

به عنوان یک قرارداد، طرف‌های باز را با حروف کوچک و طرف‌های بسته را با حروف بزرگ نامگذاری می‌کنیم.



هدف این بخش، کار با پاره‌خط‌هاست که، با دو حرف بزرگ و علامت « — » بالای دو حرف به معنی پاره‌خط نامگذاری می‌شوند.



پاره‌خط: $\overline{CD} = \overline{DC}$

روی خطی چهار نقطه می‌گذاریم. با استفاده از راهبرد الگوسازی تعداد پاره‌خط‌های به وجود آمده را بدست آورید.



نقطه ابتدا	نقطه انتها	
A	B, C, D	$\longrightarrow \overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$
B	C, D	$\longrightarrow \overline{BC}, \overline{BD}$
C	D	$\longrightarrow \overline{CD}$

برای تولید پاره‌خط باید دو نقطه داشت.



پس در کل ۶ پاره‌خط ایجاد می‌شود.

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

هرگاه n نقطه روی خطی گذاشته شود، تعداد پاره‌خط‌ها از رابطه روبه‌رو بدست می‌آیند:



$$\frac{4 \times (4-1)}{2} = 6$$

به عنوان نمونه، در مثال بالا $n = 4$ بوده است:

هرگاه n نقطه روی خطی گذاشته شود، تعداد نیم‌خط‌ها از رابطه $2n$ بدست می‌آید. زیرا از دو طرف می‌توان نیم‌خط‌های ایجاد



شده را شمرد.

جمع و تفریق پاره‌خط‌ها



در جمع و تفریق پاره‌خط‌ها اگر نقطه‌ها همگی در یک راستا باشند، با حذف نقطه مشترک، مسئله قابل حل است.

مطابق شکل روبه‌رو چهار نقطه A, B, C, D همگی روی یک خط قرار دارند. رابطه‌های زیر را کامل کنید.



$$\overline{AB} + \overline{BC} = \square$$

$$\overline{AD} - \overline{CD} = \square$$

$$\overline{BC} + \overline{CD} = \square$$

$$\overline{BD} - \overline{BC} = \square$$

تمام نقطه‌ها روی یک خط هستند. پس می‌توان حرف مشترک را حذف کرد:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\overline{AD} - \overline{CD} = \overline{AC}$$

$$\overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BD}$$

$$\overline{BD} - \overline{BC} = \overline{DC}$$

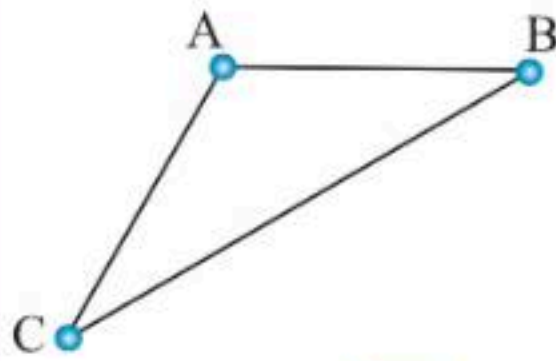
در مواردی که نقطه مشترک وجود نداشته باشد، روش حل براساس شکل خواهد بود. به عنوان نمونه با شکل مثال قبل خواهیم داشت:

$$\overline{AD} - \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$$

۲ قسمت ماند مشترک ندارند

در جمع و تفریق پاره‌خط‌ها اگر نقطه‌ها همگی روی یک راستا نباشند، دیگر نمی‌توان حرف مشترک را حذف کرد و فقط باید از

شکل کمک گرفت.



با توجه به شکل رابطه‌های زیر را کامل کنید.

الف) $\overline{AB} + \overline{BC} > \square$

ب) $\overline{AB} + \overline{AC} > \square$

ج) $\overline{BC} + \overline{AC} > \square$

الف) $\overline{AC}$

ب) $\overline{BC}$

پ) $\overline{AB}$

برای نمایش مثلث از علامت $\triangle$ و برای نمایش برابری از « $\simeq$ » روی پاره‌خط‌ها استفاده می‌شود.

نسبت پاره‌خط‌ها

زمانی که یک پاره‌خط به قطعه‌های برابر تقسیم شود، مسئله نسبت پاره‌خط‌ها مطرح می‌شود. در این موارد طول سمت چپ مساوی را در صورت کسر و طول سمت راست مساوی را در مخرج کسر می‌نویسیم تا نسبت مورد نظر بدست آید.



$$\overline{AD} = \square \overline{AF}$$

$$\overline{BD} = \square \overline{BE}$$

$$\overline{BF} = \square \overline{CD}$$

مسئله نسبت بین پاره‌خط‌ها می‌باشد. طول $\overline{AD}$ از ۳ قسمت و طول $\overline{AF}$ از ۵ قسمت مساوی تشکیل شده است. داریم:

$$\overline{AD} = \frac{3}{5} \overline{AF}$$

$$\overline{BD} = \frac{2}{3} \overline{BE}$$

$$\overline{BF} = \frac{4}{1} \overline{CD}$$

مقایسه پاره‌خط‌ها

مقایسه بین پاره‌خط‌ها دقیقاً مانند مقایسه قد افراد است. استفاده از علامت « $\Rightarrow$ » به معنی نتیجه می‌گیریم است.

با توجه به رابطه‌های داده شده نتیجه‌گیری‌ها را کامل کنید.

$$\begin{cases} a = b \\ a > c \end{cases} \Rightarrow \square$$

$$\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Rightarrow \square$$

$$\begin{cases} a = b \\ b = c \end{cases} \Rightarrow \square$$

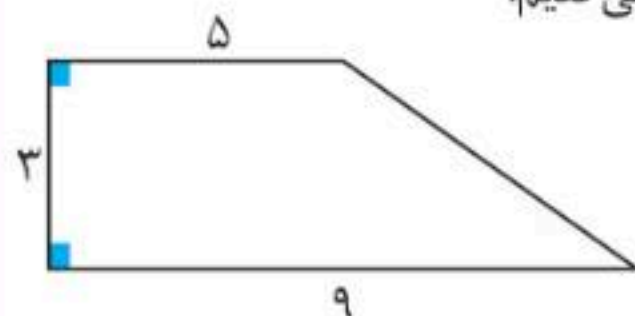
با مقایسه کردن مسئله قابل حل است.

$$\begin{cases} a = b \\ a > c \end{cases} \Rightarrow b > c$$

$$\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Rightarrow a > c$$

$$\begin{cases} a = b \\ b = c \end{cases} \Rightarrow a = c$$

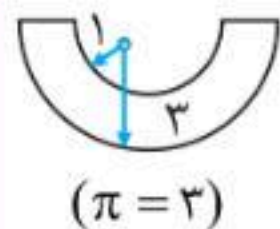
در محاسبه حجم منشور گام اول تشخیص قاعده منشور است. برای سادگی قاعده را رسم می‌کنیم.



$$V = Sh$$

$$S = \frac{(9+5) \times 3}{2} = 21 \quad \left(\frac{\text{مجموع دو قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} \right)$$

$$V = 21 \times 7 = 147$$



$$V = Sh$$

$$S = \frac{3 \times 3 \times 3}{2} - \frac{1 \times 1 \times 3}{2} = 12 \quad (\text{مساحت نیم‌دایره کوچک} - \text{مساحت نیم‌دایره بزرگ})$$

$$V = 12 \times 10 = 120$$

مساحت جانبی و کل

صفحه باز شده وجه‌های جانبی یک منشور همواره مستطیل شکل است.



که ارتفاع منشور برابر عرض مستطیل و محیط منشور برابر طول مستطیل است.



که ارتفاع منشور برابر عرض مستطیل و محیط منشور برابر طول مستطیل است.

با توجه به دو شکل قبل، مساحت وجه‌های جانبی یک منشور با مساحت مستطیل حاصل از باز شدن منشور برابر است. پس داریم:

$$\text{مساحت وجه‌های جانبی منشور} = \text{مساحت مستطیل} = \underbrace{\text{طول}}_{\text{محیط قاعده منشور}} \times \underbrace{\text{عرض}}_{\text{ارتفاع منشور}}$$

$$\text{ارتفاع منشور} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت وجه‌های جانبی منشور}$$

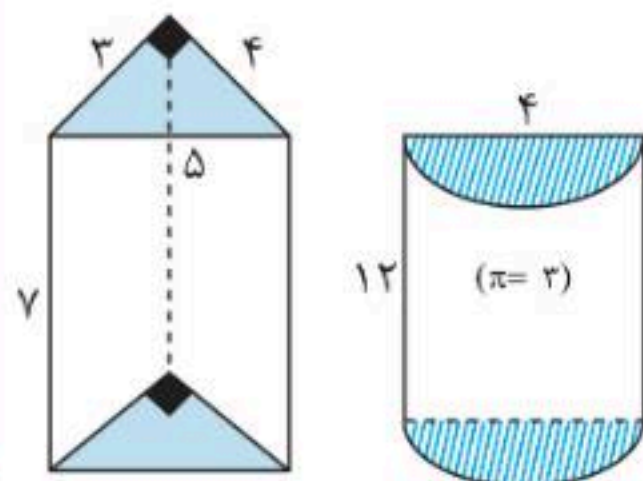
رابطه مساحت جانبی منشور

در حالت کلی از ضرب محیط قاعده منشور در ارتفاع منشور مساحت جانبی بدست می‌آید.

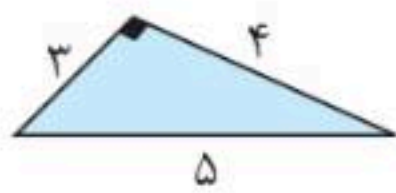
$$\text{ارتفاع منشور} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی منشور}$$

$$\Rightarrow S_{\text{جانبی}} = ph$$

مساحت جانبی هر یک از منشورهای زیر را بیابید.



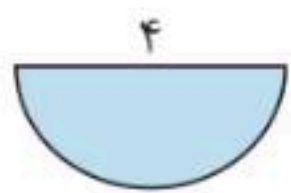
در محاسبه مساحت جانبی گام اول تشخیص قاعده منشور است.



$$S = ph$$

$$p = 3 + 4 + 5 = 12$$

$$S = 12 \times 7 = 84$$



$$S = ph$$

$$p = \frac{4 \times 3}{2} + 4 = 10 \text{ (محیط نیم‌دایره + قطر)}$$

$$S = 10 \times 12 = 120$$

محیط یک نیم‌دایره شامل قوس دایره به اضافه قطر آن است.

رابطه مساحت کل منشور

در حالت کلی از جمع مساحت جانبی با ۲ قاعده بالا و پایین منشور، مساحت کل بدست می‌آید.

مساحت قاعده منشور $\times 2$ + مساحت جانبی منشور = مساحت کل منشور

$$\Rightarrow S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2 \times S$$

مساحت کل دو منشور مثال قبل را بدست آورید.

مساحت جانبی که در مثال قبل بدست آمده است. محاسبه مساحت قاعده هر منشور باید انجام شود:

$$S_{\text{قاعده}} = \frac{3 \times 4}{2} = 12 \longrightarrow S_{\text{کل}} = 84 + 2 \times 12 = 108$$

$$S_{\text{قاعده}} = \frac{2 \times 2 \times 3}{2} = 6 \longrightarrow S_{\text{کل}} = 120 + 2 \times 6 = 132$$

در حل مسئله‌های این فصل، هرگاه صحبت پر و خالی کردن یا میزان فضای اشغال شده باشد، حجم جسم باید محاسبه گردد. هرگاه صحبت رنگ کردن، کاشی کردن و ... شده باشد، مساحت باید محاسبه شود.

حجم و سطح

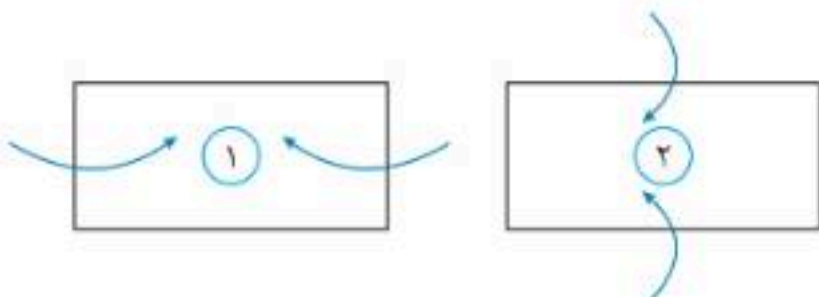
در این قسمت دو بخش اصلی وجود دارد:

۲ دوران دادن یک ورق مستطیل شکل

۱ لوله کردن یک ورق مستطیل شکل

لوله کردن

مطابق شکل زیر، یک مستطیل را می‌توان به دو حالت لوله کرد. در هر حالت رابطه‌های موجود را به دست می‌آوریم.



همان‌طور که مشخص است، در حالت (۱) عرض مستطیل برابر ارتفاع منشور و طول مستطیل برابر محیط قاعده منشور می‌شود.



آزمون (نوبت دوم)

۱- الف) حاصل عبارت زیر را بنویسید.

$$(-5(-5) + 5) \div (5 - (-5)) =$$

ب) دمای هوای کویر لوت ۳۳ درجه بالای صفر است. دمای هوای قله دماوند ۴۴ درجه سردتر از کویر لوت است؛ میانگین دمای هوای دو نقطه را به دست آورید.

۲- الف) عبارت جبری زیر را ساده نمایید.

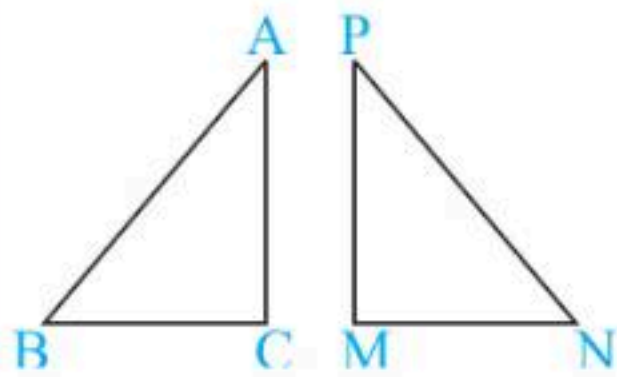
$$5x - 2y - 3(x - y) =$$

ب) معادله را حل کنید:

$$5(2x - 1) = 5$$

۳- الف) در شکل زیر، پاره خط AF به چهار قسمت مساوی تقسیم شده است. جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

$$\overline{DB} = \dots \overline{AE} \quad \overline{CE} + \dots = \overline{BE}$$



ب) دو شکل هم‌نهشت هستند.

نوع تبدیل انجام شده را بنویسید. (تقارن، دوران، انتقال)

تساوی زیر را کامل نمایید.

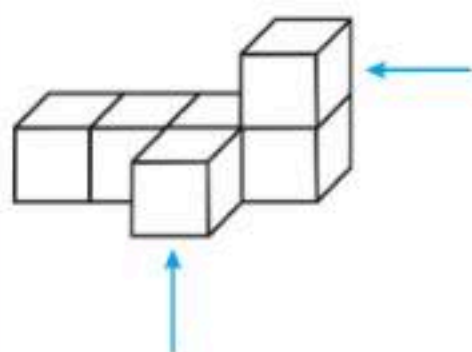
$$\overline{AB} =$$

۴- الف) عدد $14 \times 13 \times 12$ چند شمارنده اول دارد؟

$$(36, 60) =$$

ب) تجزیه کنید سپس ب.م.م را بنویسید.

ج) شهرداری از ابتدای خیابان به فاصله ۸ متر درخت می‌کارد و به فاصله ۲۰ متر تابلو قرار می‌دهد. پس از چند متر برای اولین بار درخت و تابلو کنار هم قرار می‌گیرند؟



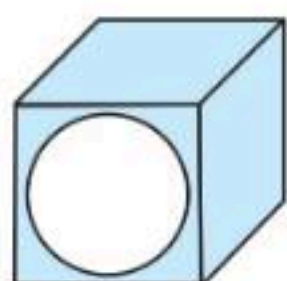
۵- الف) شکل را از دو جهت رسم نمایید.

روبه‌رو:

پایین:

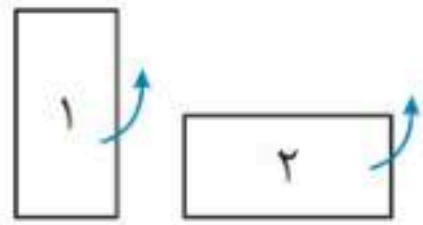
ب) منشور ۳ پهلو چند رأس دارد؟

ج) حجم را با نوشتن رابطه بدست آورید. (ضلع مکعب برابر ۱۰ و $\pi = 3$)



۶- الف) ستونی به شکل منشور ۵ پهلو که هر ضلع قاعده ۴۰ cm و ارتفاع ۳ متر است. برای کاشی کاری این ستون چند متر مربع کاشی لازم است؟ (با نوشتن رابطه حل شود).

ب) مستطیل را در ۲ حالت (یکبار حول طول و یکبار حول عرض) دوران می دهیم. چه حجمی ساخته می شود؟ در کدام حالت حجم بیشتری دارد؟



۷- الف) حاصل را بنویسید.

$$5^2 - 2^3 \times 3^1 =$$

ب) حاصل را به صورت عدد تواندار بنویسید.

$$4^8 \times 2^6 \times (0.5)^8 =$$

ج) حاصل را بنویسید.

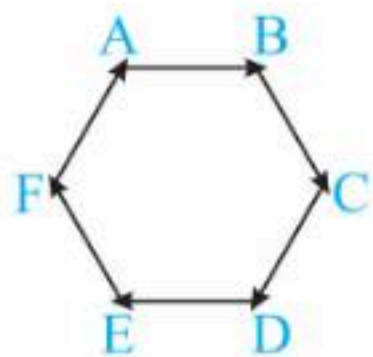
$$\sqrt{\frac{25}{36}} \times (-\sqrt{4}) =$$

د) در جای خالی علامت $< = >$ بنویسید.

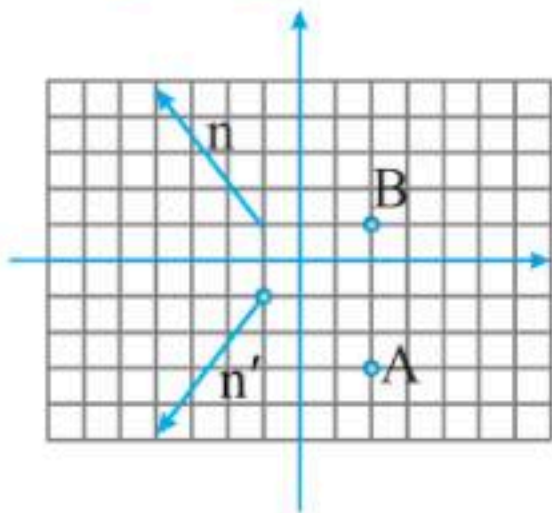
$$\sqrt{16-8} \bigcirc \sqrt{\sqrt{81}}$$

$$(-7)^6 \bigcirc (-7)^7$$

۸- الف) شکل روبه رو ۶ ضلعی منتظم است. در شکل چند بردار قرینه وجود دارد؟



بردارهای مساوی را نام ببرید.



ب) نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ را در صفحه مشخص کنید.

ج) مختصات نقطه B را بنویسید.

د) جمع متناظر با بردار n را بنویسید.

ه) قرینه بردار n نسبت به محور طول را رسم کنید؛ سپس مختصات بردار قرینه n را بنویسید.

۹- مقدار x و y را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ 3y+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$$

ب) نقطه $\begin{bmatrix} -66 \\ -4 \end{bmatrix}$ در کدام ناحیه مختصاتی قرار دارد؟

۱۰- چرخنده مقابل را چرخانیم. احتمال های خواسته شده را بنویسید.

الف) عقربه روی سبز بایستد.

ب) عقربه روی آبی یا سفید بایستد.

ج) در ۱۳۹۸ بار پرتاب تاس، انتظار داریم تقریباً چند بار عدد ۳ بیاید؟ چند بار عدد زوج بیاید؟...

